

Беседа 4

1 Движение 4-D гироскопа под действием внешней силы

Напомню, что к описанию движения свободного 4-D гироскопа можно подойти с позиций классической механики или с позиций механики торсионной. Опуская пока подробное изложение основ торсионной механики, сравним уравнения движения 4-D гироскопа под действием внешних сил и моментов в том и другом случаях.

1.1 Классический подход

Пусть на корпус 4-D гироскопа действует (в положительном направлении оси x) внешняя сила

$$F_x = (M + 2m)a_x,$$

где a_x - ускорение вдоль оси x . Уравнения движения, полученные с помощью формализма Лагранжа, в этом случае можно представить как

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = \frac{F_x}{M + 2m}, \quad (1)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = 0. \quad (2)$$

Здесь v_c - скорость центра масс, v - скорость корпуса, ω - угловая скорость вращения грузов m , r - длина стержней, соединяющих малые грузы с центром вращения, ϕ - угол поворота, $B = 2mr/(M + 2m)$.

Из уравнения (1) следует, что центр масс системы движется в соответствии с законами классической механики. Тем не менее, эксперименты показывают, что это не так.

Умножая первое из этих уравнений на $(M + 2m)v$, а второе на $2mr\omega$, и складывая их, получим закон изменения полной энергии системы под действием внешней силы F_x

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(M + 2m)v^2 + mr^2\omega^2 - 2mrv\omega \sin \phi \right) = F_x v. \quad (3)$$

В частности, в качестве внешней силы, изменяющей полную энергию системы, может выступать и сила трения, действующая между поддерживающими корпус колесами и подстилающей поверхностью.

1.2 Торсионные силы и явление механической индукции

В отличие от уравнений (1) и (2), в торсионной механике мы имеем уравнения

$$\frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = \frac{F_x}{M + 2m} + B\Phi\omega, \quad (4)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = -\Phi v, \quad (5)$$

в которых

$$F_i = (M + 2m)B\Phi\omega$$

- локальная сила инерции (торсионная сила) и

$$L_i = 2mr v \Phi$$

- момент локальной силы инерции, не меняющие энергию системы. Эти силы участвуют лишь в перераспределении энергии между поступательными и вращательными движениями масс внутри 4-D гироскопа.

Умножая уравнение (4) на $(M + 2m)v$, а уравнение (5) на $2mr\omega$, и складывая их, опять получим закон изменения полной энергии системы (3).

Запишем уравнения (4) и (5) в следующем виде

$$\ddot{x} - B\dot{\omega} \sin \phi - B\omega^2 \cos \phi = a_x + B\Phi\omega, \quad (6)$$

$$\dot{\omega} - \frac{1}{r} \ddot{x} \sin \phi = -\Phi \frac{v}{r}. \quad (7)$$

Поскольку из (7) следует

$$\dot{\omega} = \frac{1}{r} \ddot{x} \sin \phi - \Phi \frac{v}{r},$$

то, подставляя это соотношение в (6), мы имеем

$$\ddot{x} = \frac{B\omega^2 \cos \phi}{4 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{a_x}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + k^2 \Phi(t) \frac{r\omega - \dot{x} \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7), находим окончательно вращательное уравнение в виде

$$\dot{\omega} = \frac{k^2 \omega^2 \cos \phi \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{a_x \sin \phi}{r(1 - k^2 \sin^2 \phi)} + \frac{\Phi(t) B\omega \sin \phi - \dot{x}}{r(1 - k^2 \sin^2 \phi)}. \quad (9)$$

Ускорение центра определяется соотношением

$$\dot{v}_c = \dot{v} - \frac{B\omega^2 \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi},$$

поэтому систему уравнений (8), (9) можно записать как

$$\dot{v}_c = \frac{F^*}{M + 2m},$$

$$\dot{\omega} - \frac{k^2 \omega^2 \cos \phi \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} = \frac{L^*}{2mr^2},$$

где

$$L^* = 2mr^2 \left(\frac{a_x \sin \phi / r}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{\Phi(t) B \omega \sin \phi - v}{r (1 - k^2 \sin^2 \phi)} \right)$$

- момент, наведенный внешней силой F_x , а

$$F^* = (M + 2m) \left(\frac{a_x}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + k^2 \Phi(t) \frac{r \omega - v \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \right)$$

- сила, действующая на центр масс.

Таким образом, если на корпус гироскопа действует сила $F_x = (M + 2m)a_x$, то центр масс движется с ускорением

$$a^* = \frac{a_x}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \geq a_x,$$

поскольку часть работы внешней силы идет на изменение угловой скорости вращения малых грузов. Это явление, наблюдаемое экспериментально при коротком ударе 4-D гироскопа о стенку, было названо **механической индукцией**.

Таким образом, для внешнего наблюдателя, находящегося в инерциальной системе отсчета, механическая индукция проявляется в отличии наблюдаемого в эксперименте ускорения центра масс системы от ускорения, рассчитанного по законам механики Ньютона. Увеличение ускорения можно интерпретировать как изменение полной массы 4-D гироскопа в согласно соотношению

$$\overline{M + 2m} = (M + 2m) (1 - k^2 \sin^2 \phi(t)). \quad (10)$$

2 Движение 4-D гироскопа под действием внешнего момента

Здесь мы должны дать пояснение, что означает слова "действует внешний момент" на 4-D гироскоп. Это означает, что на оси гироскопа установлено устройство, которое может менять угловую скорость вращения малых грузов m , ускоряя или замедляя вращение.

Внимание!

Давайте представим, что 4-D гироскоп с таким устройством на оси (мотор-тормозом) заключен в "черный ящик", на который не действуют внешние силы. Тогда все, что происходит внутри "черного ящика" описывается внутренними силами этой системы.

Мы опять сталкиваемся с необычной ситуацией: для 4-D гироскопа, как для механической системы, мотор-тормоз является внешним устройством. С другой стороны, для внешнего наблюдателя, который следит за движением "черного ящика", действие мотор-тормоза на 4-D гироскоп представляется как проявление внутренних сил. Он вдруг видит, что "черный ящик" движется под действием сил, действующих внутри черного ящика. Покажем, вначале, что в рамках классической механики Ньютона это невозможно.

2.1 Классический подход

Пусть на ось 4-D гироскопа действует внешний момент

$$L = 2mr^2N$$

где N - угловое ускорение, создаваемое внешним моментом. Уравнения движения, полученные с помощью формализма Лагранжа, в этом случае можно представить как

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = 0, \quad (11)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = Nr. \quad (12)$$

где

$$N = \frac{L}{2mr^2} = \frac{F_i r_0}{2mr^2},$$

а F_i - сила, создающая момент, и r_0 - плечо, на которое эта сила действует.

Из уравнения (11) видно, что скорость центра масс 4-D гироскопа остается неизменной при действии на него внешнего момента L .

Умножая уравнение (11) на $(M+2m)v$, а уравнение (12) на $2mr\omega$, и складывая их, получим закон изменения полной энергии системы под действием внешнего момента L .

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2}(M+2m)v^2 + mr^2\omega^2 - 2mrv\omega \sin \phi \right) = L\omega. \quad (13)$$

2.2 Торсионные моменты и явление механической самоиндукции

В торсионной механике вместо уравнений (11) и (12) мы имеем

$$\frac{dv}{dt} - B \frac{d}{dt}(\omega \sin \phi) = B\Phi\omega, \quad (14)$$

$$r \frac{d\omega}{dt} - \frac{dv}{dt} \sin \phi = Nr - \Phi v. \quad (15)$$

Умножая первое из этих уравнений на $(M+2m)v$, а второе на $2mr\omega$, и складывая их, получим закон (13), описывающий изменения полной энергии системы под действием

внешнего момента. Из этого закона видно, что торсионный момент

$$L_{iner} = 2mr v \Phi$$

не меняет энергии системы, хотя активно участвует в перераспределении энергии между вращательными и поступательными движениями масс внутри 4-D гироскопа.

Действуя подобным образом, как мы это делали при выводе уравнений движения (8) и (9), мы получим

$$\ddot{x} = \frac{B\omega^2 \cos \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{BN \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + k^2 \Phi(t) \frac{r\omega - \dot{x} \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi}, \quad (16)$$

$$\dot{\omega} = \frac{k^2 \omega^2 \cos \phi \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{N}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{\Phi(t) B\omega \sin \phi - \dot{x}}{r} \frac{1}{1 - k^2 \sin^2 \phi}. \quad (17)$$

или

$$\begin{aligned} \dot{v}_c &= \frac{F_L}{M + 2m} = a_L, \\ \dot{\omega} - \frac{k^2 \omega^2 \cos \phi \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} &= \frac{L_N}{2mr^2}, \end{aligned}$$

где

$$F_L = (M + 2m) \left(\frac{BN \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + k^2 \Phi \frac{r\omega - \dot{x} \sin \phi}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \right)$$

- сила наведенная моментом L и действующая на центр масс.

$$L_N = 2mr^2 \left(\frac{N}{1 - k^2 \sin^2 \phi} + \frac{\Phi B\omega \sin \phi - \dot{x}}{r} \frac{1}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \right) \quad (18)$$

- истинный момент, изменяющий угловую частоту вращения.

Изменение механической энергии в данном случае происходит под действием внутреннего момента L

В соответствии с законами классической механики вся работа внешнего момента должна идти на изменение угловой скорости вращения грузов. Однако эксперимент показывает, что это не так, поскольку часть работы внешнего момента идет на изменение скорости центра масс всей системы.

Из формулы (18) видно, что истинное угловое ускорение N^* удовлетворяет соотношению

$$N^* = \frac{N}{1 - k^2 \sin^2 \phi} \geq N,$$

поскольку часть работы, совершаемой моментом, расходуется на ускорение центра масс. Это явление, наблюдаемое экспериментально, мы назвали **механической самоиндукцией**. С точки зрения классической механики перераспределение энергий при механической самоиндукции выглядит как уменьшение момента инерции в соответствии с формулой

$$\bar{J} = \overline{2mr^2} = J(1 - k^2 \sin^2 \phi) = 2mr^2(1 - k^2 \sin^2 \phi).$$

Поскольку радиус r в наших экспериментах величина постоянная, то можно трактовать наблюдаемое явление самоиндукции как изменение массы вращающихся грузов по закону

$$\bar{m} = m(1 - k^2 \sin^2 \phi(t)). \quad (19)$$

3 Внутренний удар 4-D гироскопа. Экспериментальная проверка явления самоиндукции

Чтобы простейшим образом проверить явление самоиндукции на эксперименте, нами на 4-D гироскопе была установлена пружина, потенциальная энергия которой переходила во вращательную энергию малых грузов в момент ее срабатывания. Кроме пружины, на гироскопе стоял тормоз, тормозящий грузы.

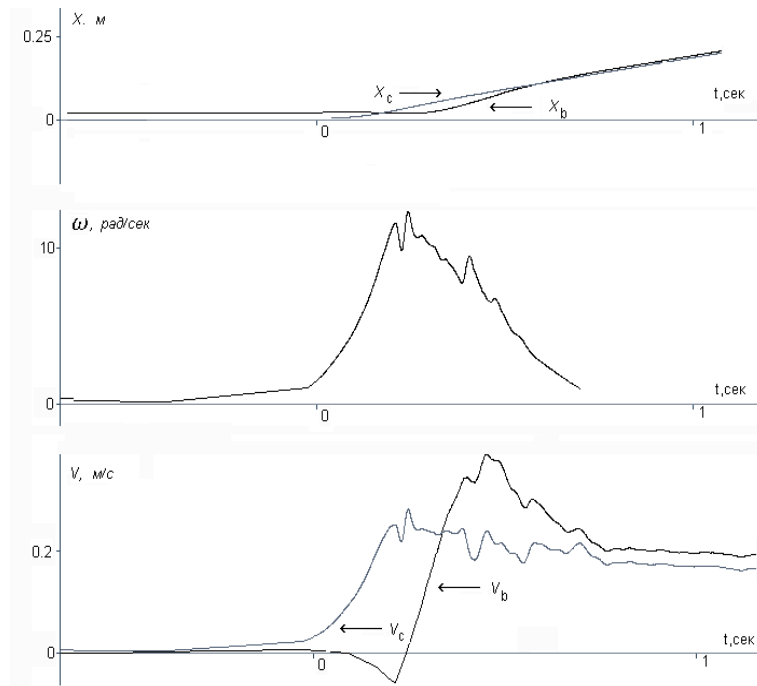


Рис. 1: Экспериментальные графики внутреннего удара 4-D гироскопа. v_c - скорость центра масс, v_b - скорость корпуса, ω - угловая частота вращения грузов

Эксперимент проходил следующим образом. Гироскоп стоял на горизонтальной поверхности со взведенной пружиной. Грузы занимали положение 225° по направлению оси симметрии. С помощью электромагнитного реле, срабатывающего от дистанционного датчика, пружина освобождалась и ее потенциальная энергия переходила во вращательную энергию малых грузов, при этом угловая частота ω увеличивалась от 0 до величины порядка 12 рад/сек (см. рис.1). Увеличение частоты происходило до угла 0° , а затем начинал работать тормоз, который

останавливал вращение, когда угол был порядка 135° . Все это происходило за относительно короткий промежуток времени. В конечном результате мы наблюдали, с помощью нашей измерительной системы, как центр масс покоящегося 4-D гироскопа начинал двигаться со скоростью порядка 0.3 м/сек и это движение продолжалось до тех пор, пока это позволяла длина нашего экспериментального стенда. Когда я выступал с докладом о внутреннем ударе 4-D гироскопа в 2000 г. в Америке по приглашению Международной научной космической организации (ISSO), то известный французский ученый Поль Вижье (ученик де Бройля) предложил провести этот опыт с подвешенным на нитях гироскопом. Он сказал, что если центр масс гироскопа будет смещаться из положения равновесия и в этом случае, то тогда надо будет переписывать учебники по механике. В то время работал в Тайланде. После возвращения из Америки эти эксперименты были проведены и их результаты представлены на (рис.2)

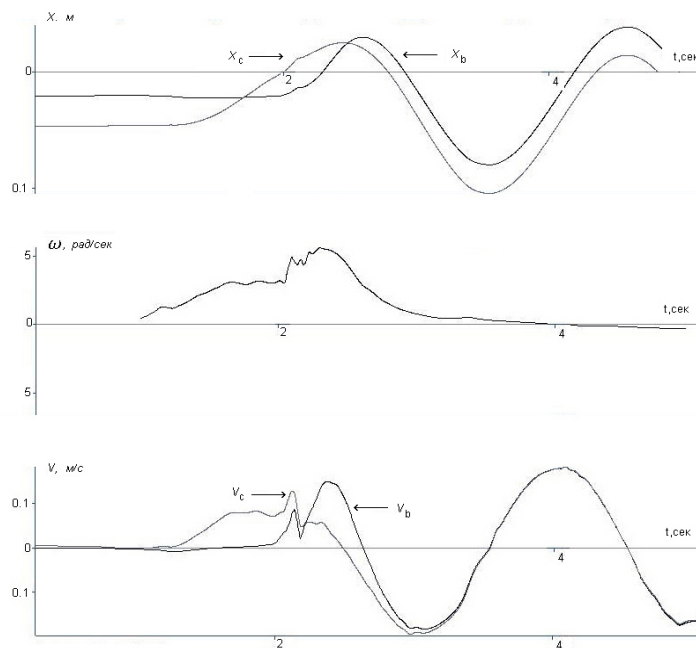


Рис. 2: Экспериментальные графики внутреннего удара 4-D гироскопа на подвесе. v_c - скорость центра масс, v_b - скорость корпуса, ω - угловая частота вращения грузов

Эксперименты были подобны тем, как мы это было делали на горизонтальной поверхности. Отличие в том, что 4-D гироскоп не касался колесами стенда и мог свободно раскачиваться на подвесе.

Из графика видно, что после срабатывания пружины центр, масс 4-D гироскопа уходил из положения равновесия и, затем начинал колебаться на подвесе под действием сил тяжести. Как и в экспериментах на горизонтальной поверхности, мы наблюдали на подвешенном гироскопе явление самоиндукции, которое имеет место благодаря действию локальных торсионных сил.

Вопрос 1.

Может быть пора переписывать учебники по механике?

В последующих Беседах будет показано, как надо изменить наши представления о механике, чтобы логически непротиворечиво описать такие явления, как индукция и самоиндукция, наблюдаемые в экспериментах с 4-D гироскопом.