УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ СПИНА И ТОСИОННЫЕ ПОЛЯ

Шипов Г.И.

Введение

Из истории физики мы знаем, что при построении теории эксперимент, как правило, опережает теорию. Первый эксперимент, в котором проявил себя спин электрона, был проведен американским физиком С. Барнеттом [1]. В эксперименте Барнета вращение железного цилиндра приводило его к намагничиванию. Несколько позднее, этот *макроскопический* эксперимент был объяснен существованием внутри ферромагнетика заряженных микрогироскопов – электронов, обладающих собственным механический моментом (спином) $s = \hbar / 2$. Но поскольку электрон заряжен, то его вращение порождает магнитный момент

$$\mu_B = \frac{q}{\mu c}\frac{\hbar}{2} = \frac{q}{\mu c}s, \qquad (1)$$

названный магнетоном Бора. В соотношении (1) μ и q - масса и заряд, а c - скорость света. При вращении железного цилиндра оси вращения микрогироскопов стараются совпасть с осью вращения цилиндра, в результате чего все магнитные моменты электронов выстраиваются в одном направлении, создавая суммарное магнитное поле вне цилиндра.

Обратный эксперимент Барнета был проведен А. Эйнштейном и де Гаазом [2]. В этом эксперименте железный цилиндр помещался в однородное магнитное поле, созданное соленоидом. В результате у цилиндра возникает макроскопический механический момент, который представляет собой суммарный момент спинов электронов, возникший в результате взаимодействия внешнего магнитного поля $\vec{H}$ с магнитными моментами электронов (1). Аналитически наблюдаемое макроскопическое явление описывается феноменологическим уравнением Блоха [3]

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{q}{\mu c}\left[\vec{s}\vec{H}\right] = -2[\vec{\omega}_L \vec{s}\,] \,. \qquad (2)$$

где

$$\vec{\omega}_L = \frac{q}{2\mu c}\vec{H} \qquad (3)$$

- частота прецессии спина $s = \hbar / 2$ во внешнем магнитном поле (частота Лармора). Феликс Блох нашел это уравнение, используя аналогию с прецессией гироскопа в однородном гравитационном поле. Эти уравнения, как известно, имеют вид [9]

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{\mu l \cos}{L}[\vec{L}\vec{g}] = -[\vec{\Omega}_{np}\vec{L}], \qquad \vec{\Omega}_{np} = \frac{\mu l \cos}{L}\vec{g}. \tag{4}$$

где $\vec{L}$ - угловой момент гироскопа, $\vec{g}$ - гравитационное поле Земли, $\vec{\Omega}_{np}$ - угловая частота прецессии. Если заменить в (4) угловой момент $\vec{L}$ на вектор спина $\vec{s}$, гравитационное поле $\vec{g}$ на магнитное поле $\vec{H}$ и угловую частоту прецессии $\vec{\Omega}_{np}$ на частоту Лармора ω_L, то получим уравнение Блоха. Как видим, вращательное уравнение Блоха (2) можно рассматривать как чисто классическое, содержащее новую константу $\hbar$. Поэтому полную систему уравнений движения классического электрона во внешних электромагнитных полях, с учетом его вращения, мы должны записывать как

$$\mu\frac{d\vec{v}}{dt} = qE + \frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}], \tag{5}$$

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{q}{\mu c}\left[\vec{s}\vec{H}\right]. \tag{6}$$

Эти уравнения можно рассматривать как уравнения движения заряженного гироскопа в электромагнитных полях.

1. Орбитальная прецессия электрона

В вакуумной электродинамике [4,5] уравнения (5) и (6) не только геометризированы, но и объединены в одно вращательное уравнение [6]. Сами уравнения вакуумной электродинамики следуют из уравнений Физического Вакуума, которые в векторном базисе имеют вид расширенной системы уравнений Эйнштейна-Янга Миллса [4]

$$\nabla_{[k}e^a_{j]} + T^i_{[k\,j]}e^a_i = 0, \tag{A}$$

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \nu T_{ik}, \tag{$B.1$}$$

$$C^i{}_{jkm} + 2\nabla_{[k}T^i_{|j|m]} + 2T^i_{s[k}T^s_{|j|m]} = -\nu J^i{}_{jkm}, \tag{$B.2$}$$

$$i, j, k... = 0,1,2,3, \qquad a, b, c... = 0,1,2,3.$$

Уравнения (A) и (B) базируются на 10 мерном пространстве абсолютного параллелизма $A_4(6)$, которое обладает римановой кривизной и кручением Риччи [4]. Основным полем, определяющим источники в уравнениях (A) и (B), оказывается торсионное поле

$$T^i{}_{jk} = -\Omega^{..i}{}_{jk} + g^{im}(g_{js}\Omega^{..s}{}_{mk} + g_{ks}\Omega^{..s}{}_{mj}),$$

представляющее собой тензор конторсии пространства $A_4(6)$.

Из уравнений (A) следуют уравнения движения ориентируемой «материальной» точки

$$\frac{de^i{}_\alpha}{ds} + \Gamma^i{}_{jk}e^j{}_\alpha\frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk}e^j{}_\alpha\frac{dx^k}{ds} = 0, \tag{7}$$

которые можно рассматривать как уравнения движения элементарного 4D гироскопа. Уравнения (7) распадаются на уравнения движения центра масс ориентируемой материальной точки

$$\frac{de^i{}_0}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} e^j{}_0 \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} e^j{}_0 \frac{dx^k}{ds} = 0 \ , \qquad (8)$$

и вращательные уравнения

$$\frac{de^i{}_A}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} e^j{}_A \frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} e^j{}_A \frac{dx^k}{ds} = 0 \ , \qquad (9)$$

$$i, j, k... = 0,1,2,3, \qquad A, B, C... = 1,2,3.$$

Выбирая монаду $e^0{}_i$ так, что $e^0{}_i = dx_i / ds = u_i$, где u_i - 4-х вектор скорости, получим из (8) поступательные уравнения движения центра масс элементарного гироскопа

$$\frac{dx^i}{ds} + \Gamma^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + T^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} = 0 \qquad (10)$$

или

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} + \Omega^i{}_j \frac{dx^j}{ds} = 0 \ , \qquad (11)$$

где мы ввели матрицу угловой скорости 4D вращения [4]

$$\Omega_{ij} = -\Omega_{ji} = \frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 0 & -W_1 & -W_2 & -W_3 \\ W_1 & 0 & -c\omega_3 & c\omega_2 \\ W_2 & c\omega_3 & 0 & -c\omega_1 \\ W_3 & -c\omega_2 & c\omega_1 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (12)$$

Здесь $\vec{W} = \vec{W}(W_1, W_2, W_3)$ - компоненты поступательного ускорения центра масс, вызванные угловой скоростью вращения элементарного 4D гироскопа в пространственно-временных плоскостях, $\vec{\omega} = \vec{\omega}(\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ - компоненты угловой скорости пространственного вращения 4D гироскопа. *Сила* $\mu\Omega^i{}_j dx^j / ds$ *в уравнениях (10) представляет собой силу инерции.*

При некоторых ограничениях [5,7] из уравнений Физического Вакуума следуют уравнения поля вакуумной электродинамики вида

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi q}{\mu c^4} T_{ik} \ , \quad T_{ik} = Zq\delta(\vec{r}) u_i u_k \, , \quad Z = 1,2,3... \, , \qquad (13)$$

в которых тензор Риччи R_{jm} определяется как

$$R_{jm} = R^i{}_{jim} = -2\frac{q}{\mu c^2}\partial_{[i} E^i{}_{|j|m]} + 2\frac{q^2}{\mu^2 c^4} E^i{}_{s[i} E^s{}_{|j|m]} \, , \qquad (14)$$

где

$$E^{i}{}_{jk} = -\frac{c^2}{2} g^{im}(a_{jm,k} + a_{km,j} - a_{jk,m}) = -\frac{\mu c^2}{q}\Gamma^{i}{}_{jk} \qquad (15)$$

- напряженность сильных электромагнитных полей, определяемая через тензорный потенциал a_{jm} сильного электромагнитного поля, связанный с метрическим тензором пространства как

$$g_{ik} = \eta_{ik} + \frac{q}{\mu} a_{ik}, \quad \eta_{ab} = \eta^{ab} = diag(1 -1 -1 -1). \qquad (16)$$

Подставляя (15) в (11), получаем уравнения движения центра масс элементарного заряженного гироскопа

$$\frac{d^2 x^i}{ds^2} = \frac{q}{\mu c^2} E^{i}{}_{jk} \frac{dx^j}{ds}\frac{dx^k}{ds} - \Omega^{i}{}_{j}\frac{dx^j}{ds}, \qquad (17)$$

После умножения (17) на μ, в нерелятивистском приближении слабых полей, имеем для пространственной части (17)

$$\mu \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}] - \mu\vec{W} - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}], \qquad (18)$$

где последние два члена в правой части (18) представляют собой *силы инерции.* При движении заряда по стационарной траектории (например, электрона в атоме) электромагнитные силы уравновешиваются силами инерции

$$q\vec{E} + \frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}] - \mu\vec{W} - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}] = 0, \qquad (19)$$

откуда следуют два соотношения

$$q\vec{E} - \mu\vec{W} = 0, \qquad (20)$$

$$\frac{q}{c}[\vec{v}\vec{H}] - 2\mu[\vec{\omega}\vec{v}] = 0. \qquad (21)$$

Соотношение (20) показывает, что при движении электрона по стационарной орбите, сила Кулона $q\vec{E}$ локально компенсируется силой инерции $-\mu\vec{W}$. Подобную ситуацию мы имеем в теории гравитации Эйнштейна, когда локально внутри свободно падающего лифта Эйнштейна образуется состояние невесомости, поскольку сила Ньютона $\mu\vec{g}$ локально компенсируется силой инерции $-\mu\vec{W}$. Из соотношения (21) видно, что на стационарной орбите сила Лоренца $q[\vec{v}\vec{H}]/c$ компенсируется кориолисовой силой инерции $-2\mu[\vec{\omega}\vec{v}]$, при этом орбитальный момент электрона прецессирует вокруг поля $\vec{H}$ с угловой скоростью прецессии $\vec{\omega}$. Так как ось прецессии совпадет с направлением поля $\vec{H}$, то (21) можно расписать в виде

$$\frac{|q|}{c} vH \sin(\vec{v}\vec{H}) = -2\mu v\omega \sin(\vec{v}\vec{\omega}), \qquad (22)$$

откуда следует частота Лармора

$$\vec{\omega}_L = -\frac{|q|}{2\mu c}\vec{H} \ . \qquad (23)$$

Модуль | | в (22) был взят ввиду того, что заряда электрона отрицательный.

Итак, в вакуумной электродинамике силы инерции, порожденные торсионными полями, играют роль стабилизирующего фактора при ускоренном движении зарядов во внешних электромагнитных полях. Теперь нам нет необходимости вводить постулат Бора о существовании стационарных состояний электронов в атомах, поскольку этот постулат следует из уравнений теории Физического Вакуума.

2. Собственная прецессия электрона

Обратимся теперь к вращательным уравнениям (9). Для пространственной триады эти уравнения принимают вид

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{ds} + \Gamma^{\alpha}{}_{\beta k} e^{\beta}{}_{A} \frac{dx^k}{ds} + \Omega^{\alpha}{}_{\beta} e^{\beta}{}_{A} = 0 \qquad (24)$$

или, в нерелятивистском приближении слабого поля и с учетом (15), как

$$\frac{de^{\alpha}{}_{A}}{dt} = \frac{q}{2\mu c} F^{\alpha\beta} e_{\beta A} - \frac{c}{2}\Omega^{\alpha}{}_{\beta} e^{\beta}{}_{A} \qquad (25)$$

$$\alpha, \beta, \gamma ... = 1,2,3 , \qquad A, B, C ... = 1,2,3.$$

где $F^{\alpha\beta}$ - компоненты магнитного поля [7]. Умножим уравнения (25) на $s = \hbar / 2$ и выберем в качестве оси вращения спина s компоненту $e^{\alpha}{}_{3}$ триады $e^{\alpha}{}_{A}$. Для этой компоненты уравнения (25) принимают вид

$$\frac{ds^{\alpha}}{dt} = \frac{q}{2\mu c} F^{\alpha\beta} s_{\beta} - \frac{c}{2}\Omega^{\alpha}{}_{\beta} s^{\beta} . \qquad (26)$$

Уравнения (26) записаны в ускоренной системе отсчета. Записывая эти уравнения в (квази)инерциальной системе, в которой член, содержащий момент сил инерции, обращается в нуль, получим уравнение Подаровской [6]

$$\frac{ds^{\alpha}}{dt} = \frac{q}{2\mu c} F^{\alpha\beta} s_{\beta} \ . \qquad (27)$$

В векторной записи это уравнение представляется в виде

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = \frac{q}{2\mu c}\left[\vec{s}\vec{H}\right], \tag{28}$$

и, как легко заметить, совпадает по внешнему виду с уравнением Блоха (2). Однако, в отличие от уравнения Блоха (2), уравнение Подаровской (28) геометризировано и следует из уравнений (7) вакуумной электродинамики.

Если заряд движется в атоме по стационарной орбите, то из уравнения (26) следует условие стационарности (закон сохранения собственного момента)

$$\frac{ds^{\alpha}}{dt} = \frac{q}{2\mu c}\left[\vec{s}\vec{H}\right] - \frac{1}{2}\left[\vec{\omega}\vec{s}\right] = 0, \tag{29}$$

откуда находим угловую частоту собственной прецессии электрона во внешнем магнитном поле

$$\vec{\omega} = -\frac{|q|}{\mu c}\vec{H} \ . \tag{30}$$

Угловая частота (30) в два раза больше угловой частоты Лармора (23), что позволяет формально объединить уравнения (6) и (28) в одно уравнение прецессии спина вида

$$\frac{d\vec{s}}{dt} = g\,\frac{q}{2\mu c}\left[\vec{s}\vec{H}\right], \tag{31}$$

где фактор Ланде принимает два значения: а) g=1 при орбитальной прецессии спина и б) g=2 при собственной прецессии спина.

Заключение

В своей замечательной книге [8] Абрахам Пайс пишет: «Кроме того, по моему мнению, проблема происхождения инерции была и остается *наиболее* темным вопросом в теории элементарных частиц и полей». Согласно результатам данной работы, поля и силы инерции в теории элементарных частиц играют важную роль при образовании стационарных состояний в квантовых системах. Более того, волновая функция в квантовых уравнениях, следующих из уравнений Физического Вакуума, определяется через реальное физическое поле – поле инерции [7].

18.10.2013

Литература

1. *Barnett S.J.* // Science, **30**, 413, 1909, **42**, 163, 459, 1915.

2. *Einstein A., de Haas W,J.//* Verh. D. deut. Phys. Ges., **17**, 152, 1915; **18**, 423, 1916.
3. *Bloch F.//* Physics Review. 1946 **70**, P. 460-473.
4. *Шипов Г.И.*// ТЕОРИЯ ФИЗИЧЕСКОГО ВАКУУМА, теория эксперименты и технологии, М., Наука, 1997. 450 с.
5. *Шипов Г.И. //* О РЕШЕНИИ ВТОРОЙ ПРОБЛЕМЫ ЭЙНШТЕЙНА. М.: Кириллица, 2007, с.59.
6. *Шипов Г.И., Подаровская М.И.//*Спин-торсионная формулировка квантовой механики и поля инерции. М.: Кириллица, 2012, с. 49
7. *Шипов Г.И. //* Программа Всеобщей относительности и теория Физического Вакуума. 25 лет спустя. http://shipov-vacuum.com
   http://www.trinitas.ru/rus/doc/0231/003a/02311030.htm
8. *Пайс А. //* Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. М.: Наука, 1989. 280 с.
9. *Ольховский И.И.//* Курс теоретической механики для физиков. М.: Наука, 1970.